

Betreuer: Langenkamp

Fortgeschrittenen-Praktikum am
II. Physikalischen Institut

Lichtbeugung am Ultraschall¹

Oliver Flimm
Oberstraße 74
51149 Köln

Uwe Münch
Schmittgasse 92
51143 Köln

Wintersemester 94/95²

e-mail: flimm@ph-cip.uni-koeln.de
muench@ph-cip.uni-koeln.de

¹Versuch 11

²Durchführung des Versuchs: 9.1.95

Inhaltsverzeichnis

1	Messung der Schallgeschwindigkeit über Lichtbeugung	1
1.1	Piezo-Kristalle und Ultraschall	1
1.2	Schallgeschwindigkeit und elastische Größen	2
1.3	Gitter und Licht	4
1.3.1	Gitter allgemein	4
1.3.2	Amplitudengitter	8
1.3.3	Phasengitter	9
1.4	Die Meßmethoden	12
1.4.1	Doppler-Effekt	14
1.4.2	Methode nach Debye-Sears	15
1.4.3	Die Schlierenmethode nach Töpler	16
2	Auswertung	19
2.1	Methode nach Debye und Sears	19
2.2	Schlierenmethode	20
2.3	Vergleich mit den Literaturwerten	21
	Literaturverzeichnis	24
	Index	25

Abbildungsverzeichnis

1.1	Quarz-Kristall und quaderförmige Piezo-Quarzstücke	1
1.2	Schwingungsmöglichkeiten eines Quarzes	1
1.3	Gangunterschied hinter einem Gitter	6
1.4	Einfluß des Gitterfaktors	10
1.5	Intensitätsverteilung nach einem Amplitudengitter	10
1.6	Die Besselfunktionen nullter und erster Ordnung	13
1.7	Besselfunktion im Quadrat $J_0^2(x)$ und verschiedene Schallfeldtiefen a	13
1.8	Besselfunktion im Quadrat $J_1^2(x)$ und verschiedene Schallfeldtiefen a	13
1.9	Versuchsaufbau für die Debye-Sears-Methode	15
1.10	Versuchsaufbau zum Schlierenverfahren	16
1.11	Zu den Strahlengängen nach dem Phasengitter	17
1.12	Ausblendung der nullten Ordnung	17
2.1	Photographie der Interferenz bei Propanol nach der Schlierenmethode	21
2.2	Photographie der Interferenz bei Ethanol nach der Schlierenmethode	22
2.3	Propanol-Isomere	22

1. Messung der Schallgeschwindigkeit über Lichtbeugung

In diesem Versuch wollen wir die Schallgeschwindigkeit in zwei Flüssigkeiten messen. Wir stellen zunächst kurz vor, wie wir Schall in den Flüssigkeiten erzeugen. Wir diskutieren danach den Zusammenhang zwischen elastischen Eigenschaften und der Schallgeschwindigkeit. Hiernach stellen wir den Einfluß von verschiedenen Gitterformen auf Licht ausführlich dar, da bei uns das Schallwellenfeld ein spezielles Gitter erzeugt, ein Phasengitter. Abschließend stellen wir die beiden Meßmethoden vor, die wir in diesem Versuch benutzen wollen, bevor wir unsere Messungen auswerten.

1.1 Piezo-Kristalle und Ultraschall

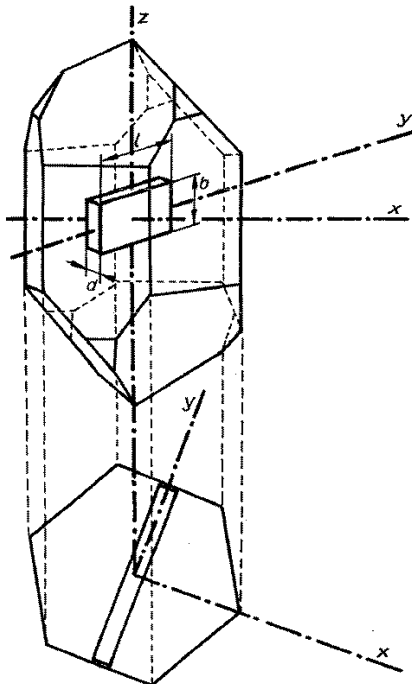


Abb. 1.1: Quarz-Kristall und quaderförmige Piezo-Quarzstücke (eingescannt aus [Enz])

Den Ultraschall in Flüssigkeiten erzeugen wir über den *reziproken Piezoeffekt*. Den Piezoeffekt haben wir ausführlich in Versuch 16 [Fest-16] beschrieben, weshalb wir hier nur darauf verweisen wollen. Die dort dargestellten Ionenverschiebungen bei mechanischen oder elektrischen Einwirkungen treten bei geeignet aus Quarzkristallen herausgeschnittenen Plättchen, Scheiben oder Stäben auf, wie in nebenstehender Abbildung 1.1 dargestellt.

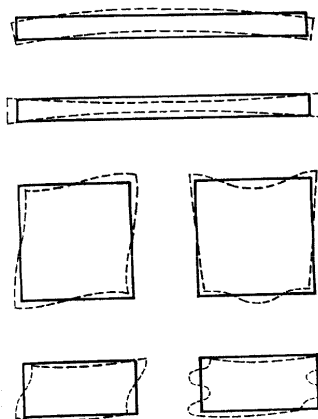


Abbildung 1.2: Schwingungsmöglichkeiten eines Quarzes (aus [Enz])

Bei Anlegen spezieller elektrischer Wechselspannungen erzeugt man mechanische Schwingungen, die durch Gitterkräfte in Resonanz treten. Wir nutzen die 5. Oberschwingung einer geeignet eingespannten Quarzscheibe. Verschiedene andere Schwingungstypen von Quarzteilen sind in Abbildung 1.2 abgebildet.

1.2 Schallgeschwindigkeit und elastische Größen

Wir wissen nun also, daß wir durch die 5. Oberschwingung eines Quarzkristalls Ultraschall erzeugen können, der bei unserer speziellen Scheibe eine Frequenz von 12,4 MHz besitzt. Der Ultraschall breitet sich nun als Welle in der Flüssigkeit aus; bei Reflexionen können auch stehende Wellen entstehen. Diese wellenartige Ausbreitung wollen wir nun genauer beschreiben und dabei auch herausfinden, durch welche Stoffeigenschaften der Flüssigkeiten die Schallgeschwindigkeit beeinflusst wird.

Qualitativ können wir eine Schallwelle durch drei wesentliche Phänomene beschreiben:

- (I). Die Flüssigkeit bewegt sich an verschiedenen Orten verschieden stark, so daß sich die Dichte ortsabhängig ändert.
- (II). Die Änderung der Flüssigkeitsdichte entspricht einer Änderung des Drucks in der Flüssigkeit.
- (III). Die ortsabhängigen Druckdifferenzen erzeugen nun wiederum eine ortsabhängige Bewegung der Flüssigkeitsteilchen.

Dies wollen wir nun *quantitativ* analysieren. Wir beginnen mit dem Phänomen (I): Wir wollen uns auf ebene Schallwellen beschränken, so daß wir eine eindimensionale Betrachtung durchführen können. So nehmen wir an, daß man eine ungestörte Position der Flüssigkeitsteilchen durch x , die benachbarte durch $x + \Delta x$ beschreibt. Dann sind die Teilchenpositionen nach der Bewegung durch den Schall durch $x + \xi(x, t)$ bzw. durch $x + \Delta x + \xi(x + \Delta x, t)$ gegeben. Die Flüssigkeitsmenge innerhalb der Länge Δx wird durch die Flüssigkeits-Masse pro Einheitsfläche beschrieben und beträgt $\rho_0 \cdot \Delta x$, wobei ρ_0 die ungestörte Dichte oder Gleichgewichtsdichte ist. Die Flüssigkeitsmenge ist unveränderlich, so daß mit der neuen Dichte $\rho(x, t)$ folgende Beziehung gelten muß:

$$\rho_0 \cdot \Delta x = \rho(x, t) \cdot (x + \Delta x + \xi(x + \Delta x, t) - x - \xi(x, t)) .$$

Da alle Bewegungen und Dichteänderungen sehr klein sind gegenüber den sonstigen Abständen in Flüssigkeiten bzw. der Gleichgewichtsdichte, taylor-entwickeln wir ξ bis zur ersten Ordnung:

$$\rho_0 \cdot \Delta x = \rho(x, t) \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial x}(x, t) \cdot \Delta x + \Delta x \right) ,$$

also mit $\rho(x, t) = \rho_0 + \Delta\rho$:

$$\rho_0 = (\rho_0 + \Delta\rho) \frac{\partial \xi}{\partial x} + \rho_0 + \Delta\rho .$$

Da sowohl $\Delta\rho$ als auch $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ klein sind, nähern wir noch einmal, indem wir das Produkt beider Größen vernachlässigen, da dieses nur eine Größe zweiter Ordnung in der Näherung ist:

$$\Delta\rho = -\rho_0 \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} . \tag{1.1}$$

Diese Gleichung entspricht auch unserer Anschauung: Wenn die Flüssigkeitsbewegung ξ mit x anwächst, so wird die Flüssigkeit auseinandergezogen, also sinkt die Dichte.

Als nächstes wollen wir uns zunächst mit dem Phänomen (III) beschäftigen: Die Flüssigkeitsmenge in Δx , also die Masse der Flüssigkeit pro Einheitsfläche $\rho_0 \cdot \Delta x$, wird durch die aufgrund des Druckes wirksame Kraft beschleunigt, also

$$\rho_0 \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \text{Kraft pro Fläche} ,$$

wobei die Beschleunigung $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ entlang Δx konstant sein soll, da unsere Druckdifferenz nur auf die Randflächen wirkt. Diese letzte Tatsache taylor-entwickeln wir nun wieder, da die Länge Δx klein genug gewählt sein soll, und erhalten:

$$\text{Kraft pro Fläche} = P(x, t) - P(x + \Delta x, t) = -\frac{\partial P}{\partial x} \cdot \Delta x .$$

Zusammen erhalten wir somit:

$$\rho_0 \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial x} . \quad (1.2)$$

In Gleichung (1.2) könnten wir die Ortsableitung des Druckes durch die zweite Ortsableitung der Verschiebungen mittels Gleichung (1.1) ersetzen, wenn wir eine Proportionalität zwischen dem Druck P und der Dichteänderung $\Delta \rho$ bestimmen könnten. Dieser Wunsch entspricht gerade dem Phänomen (II) und ermöglicht es uns, stoffspezifische Größen in die Gleichungen einzubringen. Um unseren Wunsch erfüllen zu können, erinnern wir uns an die implizite Definition des *Kompressionsmoduls* κ , das dem Kehrwert der Kompressibilität entspricht:

$$P = -\kappa \cdot \frac{\Delta V}{V} . \quad (1.3)$$

Mittels $\rho = \frac{m}{V}$ können wir nun ein differentiell kleines $\Delta \rho$ über

$$\Delta \rho = -\frac{m}{V^2} \cdot \Delta V$$

schreiben. Setzen wir dies beides in (1.3) ein, so erhalten wir:

$$P = \kappa \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\kappa}{\rho} \cdot \Delta \rho . \quad (1.4)$$

Mittels (1.4) können wir nun (1.1) in (1.2) einsetzen und erhalten die Schall-Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{\kappa}{\rho} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} . \quad (1.5)$$

Da die in dieser Gleichung auftretende Konstante die Wellengeschwindigkeit zum Quadrat ist, gilt also für die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten:

$$v_{\text{Schall}} = \sqrt{\frac{\kappa}{\rho}} .$$

Die Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten hängt also von der Kompressibilität und der Dichte einer Flüssigkeit ab. Bei Temperaturanstieg dehnt sich eine Flüssigkeit aus, d. h. ihre Dichte sinkt und sie ist stärker komprimierbar, was einem sinkenden Kompressionsmodul entspricht. Da sowohl die Dichte als auch das Kompressionsmodul mit steigender Temperatur abfallen, kann man keine allgemeinen Vorhersagen über die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeiten in Flüssigkeiten treffen; diese Abhängigkeit ist also stoffabhängig und daher (z. B. in [LB-IV.1] oder [LBNS-II.5]) tabelliert.

Wir wollen diesen Abschnitt beschließen, indem wir untersuchen, welche Auswirkungen Schallwellen in der Flüssigkeit auf Lichtwellen haben, die senkrecht zur Schallausbreitungsrichtung (parallel zur Ebene einer Welle) die Flüssigkeit durchdringen. Wir haben mit Gleichung (1.5) festgestellt, daß sich die Auslenkungen der Flüssigkeitsteilchen als Welle durch die Flüssigkeit bewegen; entsprechend breiten sich Dichteschwankungen aus (aus Gleichung (1.1) ablesbar). Ein auftreffender Lichtstrahl findet also entweder relativ geringe oder hohe Flüssigkeitsdichten in periodischen Abständen an. Mit diesen periodischen

Dichten ändert sich entsprechend auch der Brechungsindex n der Flüssigkeit, da n zu $\sqrt{\varepsilon}$ proportional ist und diese Größe bei festen Lichtfrequenzen zur Anzahl der im Lichtweg befindlichen Teilchen, bei festem Volumen also der Dichte, proportional ist. Dieser unterschiedliche Brechungsindex führt zu unterschiedlichen Lichtgeschwindigkeiten beim Durchdringen der Flüssigkeit, so daß anfänglich in Phase befindliche Lichtstrahlen beim Austritt eine Phasenverschiebung erlitten haben. Der Beschreibung der Konsequenzen dieses Phänomens nähern wir uns nun ganz systematisch an.

1.3 Gitter und Licht

Bei der speziellen Betrachtung eines Phasengitters trifft man auf Probleme, die allgemein bei Betrachtungen von beliebigen Gittern auftreten. Daher schauen wir uns nun zunächst ganz allgemein Gitter an. Zuvor klären wir aber noch ein paar allgemeine Begriffe und Prinzipien. Wir zitieren zunächst aus [Feyn-1, 30–1]:

Niemand hat jemals vermocht, den Unterschied zwischen *Interferenz* und *Beugung* befriedigend zu definieren. Es ist einfach eine Frage der Gewohnheit, und es gibt keinen spezifischen, wichtigen physikalischen Unterschied zwischen ihnen. Am besten können wir es ganz grob wohl so ausdrücken: Wenn sich nur wenige Quellen, sagen wir zwei, überlagern, dann wird das Ergebnis gewöhnlich Interferenz genannt, wenn es aber eine große Anzahl von ihnen gibt, wird anscheinend das Wort Beugung häufiger gebraucht.

Wir wollen uns also bemühen, Wellenüberlagerungen Interferenz zu nennen, wenn die Betonung auf der Überlagerung endlich vieler Quellen liegt, bei kontinuierlich auftretenden Quellen versuchen wir von Beugung zu reden.

Bevor wir uns allgemein mit Wellenüberlagerungen beim Gitter beschäftigen, wollen wir auch nochmal die Grundlage dazu, das *Huyghens-Fresnel'sche Prinzip*, angeben (aus [BS-I]):

Jeder Punkt einer Wellenfläche sendet zur gleichen Zeit Wellen (sogenannte *Elementarwellen*) in den Raum hinaus; die äußere *Einhüllende* dieser Elementarwellen soll dann nach HUYGHENS die tatsächlich beobachtbare Welle ergeben.

Dieses Prinzip in Verbindung mit dem Prinzip, daß Lichtwellen miteinander interferieren, ergibt das HUYGENS-FRESNELSche Prinzip.

1.3.1 Gitter allgemein

Auf unsere allgemeinen Gitter wollen wir gleich parallele Lichtstrahlen fester Frequenz auftreffen lassen. Aus diesem Grunde betrachten wir zunächst Elementarwellen, die von Lichtquellen ausgesandt werden, die auf einer Ebene angebracht sind. Praktisch erreichen wir dies auf einer Ebene mit endlichem Flächeninhalt, indem wir Licht von einer nahezu punktförmigen monochromatischen Lichtquelle im Brennpunkt einer Linse auf diese Linse schicken. Die Linsenebene wirkt dann wie eine Ebene von Lichtquellen, die aufgrund unserer einzigen echten und monochromatischen Lichtquelle kohärent zueinander sind. Dies beinhaltet auch, daß alle Lichtstrahlen gleiche Amplituden besitzen und zueinander im gleichen Phasenzustand sind, da unsere Punktquelle im Brennpunkt der Linse steht. Die einzelnen Lichtquellen der Ebene strahlen im Vakuum also nun Lichtwellen der Form

$$E = A \cdot e^{i(kr - \omega t)}$$

aus, wobei k und ω die Wellenzahl bzw. Frequenz des ausgesandten Lichts ist, A die Amplitude der Lichtwelle und r und t der Abstand zwischen Lichtwelle und aussendender Lichtquelle und der Zeitpunkt,

bei dem die Lichtwelle betrachtet wird. Da die Ebene kontinuierlich mit gleich starken Lichtquellen besetzt ist, breiten sich Lichtstrahlen nur in die Richtung aus, in der unmittelbar benachbarte Lichtwellen gleiche Phase besitzen; dies ist ja gerade die Einhüllende nach HUYGHENS. Das die Lichtebene umgebende Vakuum ist ein homogen-isotropes Medium (wie auch Luft ohne Hindernisse), so daß die Phase $i(kr - \omega t)$ (und auch die Amplitude) durch nichts beeinflusst wird. Gleiche Phasen benachbarter Lichtwellen ergeben sich daher nur dann, wenn zum gleichen Zeitpunkt benachbarte Lichtwellen den gleichen Abstand zur aussenden Ebene besitzen. Dies ist nur in senkrechter Richtung zur Ebene der Fall, so daß wir kohärente ebene Wellen vorliegen haben, deren Ausbreitungsrichtung senkrecht zur aussenden Ebene steht.

Als nächstes betrachten wir eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung, also parallel zur lichtsussenden Ebene angebrachte Ebene, die die Lichtstrahlen beeinflusst. Die Beeinflussung wirkt sich auf die Phase und/oder die Amplitude der Lichtwellen aus. Die von dieser ‚Einflußebene‘ ausgesandten Elementarwellen haben also die Form

$$E = f(A) \cdot e^{i \cdot (kr - \omega t + g(\varphi))} ,$$

wobei f und g die einflußnehmenden Funktionen sind und φ die Phase der Lichtwelle bei Auftreffen auf die beeinflussende Ebene; die anderen Größen haben die zu oben analogen Bedeutungen. Die Funktionen f und g sind von der Position in der einflußnehmenden Ebene abhängig.

Wenn nun die beeinflussende Ebene in einer Richtung kontinuierlich translationssymmetrisch ist und in der hierzu senkrechten Ebenenrichtung die Beeinflussung der Lichtstrahlen periodisch ist, so haben wir ein *Gitter* vorliegen. Aufgrund dieser Bedingungen können wir die Auswirkungen eines Gitters zweidimensional betrachten, indem wir nur die Lichtausbreitung in der Ebene, die aus der Ausbreitungsrichtung vor dem Gitter und der (dazu senkrechten) periodischen Richtung der beeinflussenden Ebene besteht, betrachten. Wir suchen nun natürlich die (nun eindimensionale) Einhüllende der beeinflussten Lichtwellen hinter dem Gitter. Dazu müssen wir unter Beachtung der Amplituden untersuchen, in welcher Phasenbeziehung benachbarte Lichtstrahlen stehen. Im Gegensatz zur unbeeinflussten Ausbreitung vor dem Gitter können wir nun nicht direkt sagen, in welcher Richtung benachbarte Lichtstrahlen eine gleiche Phasenbeziehung besitzen. Wir werden also nun die Periodizität von den beeinflussenden Funktionen f und g ausnutzen und die Lichtwellen E genauer beschreiben, die sich in bestimmten Richtungen ausbreiten (unser ‚metrisches‘ r in der Phase hatte noch keinen affinen Charakter, da kein Nullpunkt und keine Richtungen festgelegt sind, und ist daher zu eingeschränkt).

Bevor wir nun unseren zweidimensionalen Raum koordinatisieren, ordnen wir dem Gitter noch ein paar beschreibende Größen zu, die aus praktischen Ursachen bedingt sind. Zum einen hatten wir schon festgestellt, daß unsere Lichtstrahlen nur von einer Ebene mit endlichem Flächeninhalt ausgesandt werden. In unserer zweidimensionalen Betrachtung wird das Gitter also nur in einer endlichen Länge beschienen, die wir mit L bezeichnen wollen (wir wollen ausschließen, daß das Gitter kleiner als der ausgeleuchtete Bereich ist; andernfalls verkleinern wir den ausgeleuchteten Bereich, bis das Gitter größer ist). Auf dieser Länge L wiederholt sich die periodische Beeinflussung des Lichts nun N -mal, wobei N aus den natürlichen Zahlen sein soll (andernfalls: kleine Anpassung des ausgeleuchteten Bereichs). Mit $d := \frac{L}{N}$ gilt somit für unsere periodischen Funktionen

$$f_x(A) = f_{x+d}(A) \quad \text{und} \quad g_x(\varphi) = g_{x+d}(\varphi)$$

im Bereich $x \in [0, L-d]$, wenn wir die Richtung des Gitters mit x koordinatisieren und der ausgeleuchtete Bereich bei $x = 0$ beginnt.

Nachdem wir eben die Gitterrichtung mit x koordinatisiert haben, fehlt uns nun noch eine zweite Koordinate. Wir nehmen hierzu die zum Gitter senkrechte Richtung (die Richtung der Ausbreitung, wenn die Lichtstrahlen unbeeinflusst wären) und bezeichnen diese Koordinate mit y . Der Nullpunkt von y liege im Gitter. Für die Beschreibung von Richtungen (z. B. der Lichtstrahlen) ist diese Koordinatenwahl

aber noch nicht so günstig. Da wir bei genügender Entfernung vom Gitter davon ausgehen können, daß die abgelenkten Lichtstrahlen sich wieder geradlinig und parallel als ebene Wellen ausbreiten, empfiehlt es sich, hierfür den Winkel ϑ einer Polarkoordinatendarstellung zu nehmen. Unser Polarwinkel ϑ soll den Winkel der Ausbreitungsrichtung zur Tangentialrichtung der y -Koordinatenfunktion angeben. Um nun hiermit die Phasenverschiebungen benachbarter Lichtstrahlen untersuchen zu können, gehen wir nun davon aus, die Ausbreitungsrichtung des vom Gitter ausgesandten Lichts habe den konstanten Winkel ϑ . Wie können wir nun die Lichtwellen E_x , die vom Gitterpunkt $(x, y = 0)$ ausgestrahlt werden, und deren Phasenbeziehung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung beschreiben? Dazu ersetzen wir das r aus obigen Betrachtungen bei *einem* Lichtstrahl durch unsere Koordinaten und beschreiben die anderen Lichtstrahlen relativ zu diesem ausgewählten Lichtstrahl, indem wir folgendes Bild betrachten:

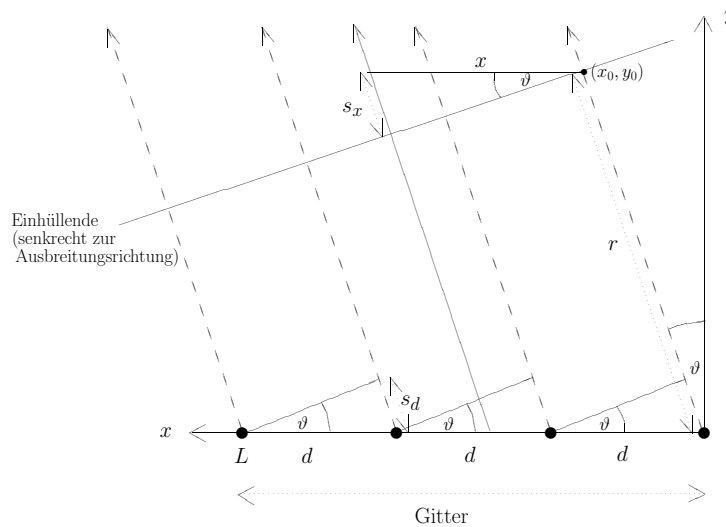


Abbildung 1.3: Gangunterschied hinter einem Gitter

Wir erkennen nun, daß ein Lichtstrahl, der bei $(x, 0)$ ausgestrahlt wurde, einen um $s_x = x \cdot \sin(\vartheta)$ kürzeren Weg als der bei $(0, 0)$ ausgestrahlte zurücklegen muß. Damit ergibt sich eine Phasenverschiebung von $k \cdot s_x$ zwischen Lichtwellen, die im Abstand x ausgesandt wurden; und insgesamt sehen die Lichtwellen nun so aus, wenn die Einhüllende, die wir untersuchen wollen, von dem bei $(0, 0)$ ausgesandten Lichtstrahl bei den Koordinaten (x_0, y_0) durchschnitten wird:

$$E_x = f_x(A) \cdot e^{i \cdot (kr - \omega t + g_x(\varphi))} = f_x(A) \cdot e^{i \cdot (k \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2} - \omega t - \sin(\vartheta) \cdot x \cdot k + g_x(\varphi))}.$$

Über diesen Ausdruck können wir aber noch immer keine Aussage über die Phasenverschiebung benachbarter Lichtwellen aussagen (wir haben ja auch noch nicht die Periodizität ausnutzen können). Um Phasenverschiebungen zwischen verschiedenen Wellen bestimmen zu können, kann man alle Lichtwellen, die vom Gitter ausgesandt werden, zur Überlagerung bringen: Bei keiner Phasenverschiebung erhalten wir Wellen maximaler Intensität, sind hingegen geringe Phasenverschiebungen vorhanden, so löschen sich im Mittel die Lichtwellen entlang der Gitterlänge heraus. In der Praxis schaffen wir die Überlagerung der parallelen Lichtwellen in ϑ -Richtung durch eine Linse (z. B. parallel zum Gitter). In der Brennebene der Linse treffen sich dann die Lichtwellen, wobei deren Phase jeweils um die gleiche Konstante verschoben wurde. Diesen Effekt unveränderter relativer Phasen haben wir ja auch schon bei der Erzeugung der ebenen Lichtquellen verwendet.

Theoretisch wird eine Superposition natürlich durch Summation der einzelnen Lichtwellen bewerkstelligt. Eine Summation kontinuierlich nebeneinanderliegender Lichtwellen ist dann infinitesimal natürlich durch eine Integration durchzuführen:

$$E_{\text{gesamt}} = \int_0^L E_x dx = \int_0^L f_x(A) \cdot e^{i \cdot (k \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2} - \omega t - \sin(\vartheta) \cdot x \cdot k + g_x(\varphi))} dx .$$

Nun substituieren wir jeweils $z := m \cdot d + x$, wobei m die Perioden von 0 bis $N - 1$ durchzählt, und nutzen die Periodizität von f und g aus:

$$\begin{aligned} E_{\text{gesamt}} &= \sum_{m=0}^{N-1} \int_0^d f_z(A) \cdot e^{i \cdot (k \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2} - \omega t - \sin(\vartheta) \cdot (z - m \cdot d) \cdot k + g_z(\varphi))} dz \\ &= e^{i \cdot (k \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2} - \omega t)} \cdot \sum_{m=1}^N e^{i \cdot (m-1) \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)} \cdot \int_0^d f_z(A) \cdot e^{-i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot z \cdot k - g_z(\varphi))} dz \\ \text{geometr. Reihe} &= \underbrace{e^{i \cdot (k \cdot \sqrt{x_0^2 + y_0^2} - \omega t)}}_{\text{unbedeutende Faktoren}} \cdot \underbrace{\frac{1 - e^{i \cdot N \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}}{1 - e^{i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}}}_{\text{allgemeiner Gitterfaktor}} \cdot \underbrace{\int_0^d f_z(A) \cdot e^{-i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot z \cdot k - g_z(\varphi))} dz}_{\text{spezieller Formfaktor}} . \end{aligned}$$

Bei der Beobachtung der Superposition von Wellen bzw. der Beugungseffekte am Gitter mißt oder sieht man nicht die elektrische Feldstärke, sondern die Intensität der Überlagerung. Diese ist das Betragsquadrat von E_{gesamt} . Man erkennt also direkt, daß der erste $e^{i \cdot \dots}$ -Faktor bereits beim Betragbilden zu Eins wird und damit für die weiteren Betrachtungen unbedeutend ist. Der Faktor, der aus dem Integral besteht, enthält die Funktionen f und g , so daß man ihn nur dann weiter untersuchen kann, wenn man spezielle Annahmen über das Gitter macht. Da sich herausstellen wird, daß er nur Einfluß auf die Intensität der Maxima des ‚mittleren‘ Faktors nimmt, nennt man ihn *Formfaktor*. Wir gehen in den nächsten Abschnitten auf speziell auftretende Formfaktoren ein. Da dieser Abschnitt den allgemein treffbaren Aussagen über das Gitter gewidmet ist, untersuchen wir nun den ‚mittleren‘, vom speziellen Aussehen des Gitters unabhängigen Faktor, den man daher auch *Gitterfaktor* nennt, weiter, indem wir sein Betragsquadrat bilden. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned} \left| \text{Gitterfaktor} \right|^2 &= \left| \frac{1 - e^{i \cdot N \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}}{1 - e^{i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}} \right|^2 = \frac{1 - e^{i \cdot N \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}}{1 - e^{i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}} \cdot \frac{1 - e^{-i \cdot N \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}}{1 - e^{-i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}} \\ &= \frac{2 - e^{i \cdot N \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)} - e^{-i \cdot N \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}}{2 - e^{i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)} - e^{-i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}} = \frac{1 - \cos(N \cdot \sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)}{1 - \cos(\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d)} \\ &= \frac{\sin^2\left(\frac{N \cdot \sin(\vartheta) \cdot k \cdot d}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d}{2}\right)} , \end{aligned}$$

wobei ein Additionstheorem wie folgt angewendet wurde:

$$1 - \cos(x) = 1 - \cos\left(\frac{x+x}{2}\right) = 1 - \left(\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\right) = 2 \cdot \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) .$$

Minima dieser positiven Funktion ergeben sich auf jeden Fall dann, wenn der Zähler Null wird und der Nenner gleichzeitig nicht Null ist. Dies gilt, wenn das Argument des \sin^2 im Zähler ein ganzzahliges Vielfaches von π ist, das Argument des \sin^2 im Nenner aber nicht. Also lautet die Minima-Bedingung für $\frac{m}{N} \notin \mathbb{Z}$:

$$\frac{Nkd}{2} \cdot \sin(\vartheta) = m \cdot \pi \quad \iff \quad \sin(\vartheta) = \frac{2\pi}{k} \cdot \frac{m}{Nd} = \frac{m\lambda}{Nd} .$$

Interessanter sind aber natürlich die Richtungen, in denen benachbarte Lichtwellen keine Phasenverschiebungen aufweisen. Dies sind natürlich die Richtungen, in denen das Betragsquadrat des Gitterfaktors maximal wird. Hauptmaxima ergeben sich nun für $\frac{m}{N} \in \mathbb{Z}$, oder anders ausgedrückt, für die Bedingung

$$\sin(\vartheta) = \frac{\lambda}{d} \cdot l \quad \text{mit } l \in \mathbb{Z}. \quad (1.6)$$

Wir bestätigen diese Behauptung nur dadurch, daß wir mittels des Satzes von l'Hospital den Wert des quadratischen Gitterfaktors an diesen Stellen nachrechnen und die Funktion $\frac{\sin^2(Nx)}{\sin^2(x)}$ mittels `gnuplot` plotten. Zu den Werten des Gitterfaktor-Betragsquadrats an den Hauptmaxima: Mit Bedingung (1.6) gilt:

$$\begin{aligned} \lim_{\delta \rightarrow 2l\pi} \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} &\stackrel{\text{l'Hospital}}{=} \lim_{\delta \rightarrow 2l\pi} \frac{N \cdot \sin\left(\frac{N\delta}{2}\right) \cos\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right) \cos\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \frac{(-1)^{Nl} \cdot N}{(-1)^l} \cdot \lim_{\delta \rightarrow 2l\pi} \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)} \\ &\stackrel{\text{l'Hospital}}{=} \frac{(-1)^{Nl} \cdot N}{(-1)^l} \cdot \lim_{\delta \rightarrow 2l\pi} \frac{\frac{N}{2} \cdot \cos\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\frac{1}{2} \cdot \cos\left(\frac{\delta}{2}\right)} = N^2. \end{aligned}$$

In Abbildung 1.4 haben wir die Funktion $\frac{\sin^2(9x)}{\sin^2(x)}$ geplottet. Da in der Praxis meist kleine Winkel ϑ auftreten, so daß $\sin(\vartheta) \approx \vartheta$, gibt dieser Plot einen korrekten Eindruck des winkelabhängigen Intensitätsverlaufs, wenn alleine der Gitterfaktor wirken würde, in beliebigen Einheiten wieder.

Wir fassen nochmal zusammen: Anhand der Abbildung 1.4 erkennt man, daß in fast allen Richtungen außerhalb der Bedingung (1.6) kaum Intensität ankommt (benachbarte Lichtwellen vor der Linse haben also unterschiedliche Phasen), denn zwischen zwei Hauptmaxima liegen $N - 1$ Minima. Diese Tatsache kann ein zweiter Faktor nicht mehr ausgleichen (wo nichts ist, kann nichts verstärkt werden). Wir haben also mit dem Gitterfaktor, in den nur die Periodizität eines Gitters eingeht, bereits die Hauptstruktur der Beugung festgelegt. Wir haben die Richtung der Maxima, also die Richtung gleicher Phasenbeziehung benachbarter Lichtwellen, durch die Bedingung (1.6) festgelegt; die Stärke der Hauptmaxima wird durch den speziellen, noch zu betrachtenden Formfaktor modifiziert und beträgt dann:

$$\text{Intensität in Hauptmaxima} = N^2 \cdot \left| \text{Formfaktor} \right|^2.$$

Wir möchten die allgemeinen Aussagen durch die Feststellung beschließen, daß in den Gitterfaktor als Gittergrößen nur die Größe d und die Zahl der Perioden N eingeht. Da beide Größen durch die Länge der Lichtausleuchtung und eine bewegungsunabhängige Konstante festgelegt sind, hat eine Bewegung des Gitters keinen Einfluß auf die Beugung (es sei denn, man bewegt das Gitter aus dem Lichtstrahl ...). Das einzig Entscheidende für den Effekt ist der periodische Einfluß des Gitters auf die Lichtstrahlen.

1.3.2 Amplitudengitter

Wir wollen uns nun spezielle Gitter anschauen und deren Formfaktoren berechnen. Wir beginnen mit einem *Amplitudengitter*. Hierbei läßt das Gitter die Phase der Lichtstrahlen unbeeinflusst, also $g_x \equiv 0$. Für den Einfluß auf die Amplituden legen wir folgendes Verhalten fest: Innerhalb einer Periode sollen in einem kleinen Einzelspalt die Lichtwellen ungehindert durchgelassen werden, im restlichen Bereich vollständig verschluckt werden. Mit $b < d$ soll also folgende Funktion f wirken:

$$f_x = \begin{cases} A & \text{für } 0 < x \leq b \\ 0 & \text{für } b < x \leq d \end{cases},$$

wobei Werte für $x > d$ durch die Periodizität von f festgelegt sind. Wir setzen nun diese Festsetzungen in die allgemeine Formel für den Formfaktor ein und erhalten:

$$\begin{aligned} \text{Formfaktor} &= \int_0^d f_z(A) \cdot e^{-i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot z \cdot k - g_z(\varphi))} dz = A \cdot \int_0^b e^{-i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot z \cdot k)} dz \\ &= \frac{A}{-ik \sin(\vartheta)} \cdot e^{-ikz \sin(\vartheta)} \Big|_0^b = \frac{A}{-ik \sin(\vartheta)} \cdot \left(e^{-ikb \sin(\vartheta)} - 1 \right). \end{aligned}$$

Da uns ja der Einfluß des Formfaktors auf die Intensität der Hauptmaxima interessiert, berechnen wir nun das Betragsquadrat des Formfaktors:

$$\begin{aligned} \left| \text{Formfaktor} \right|^2 &= \frac{A^2}{k^2 \sin^2(\vartheta)} \cdot \left(e^{-ikb \sin(\vartheta)} - 1 \right) \cdot \left(e^{+ikb \sin(\vartheta)} - 1 \right) \\ &= \frac{A^2}{k^2 \sin^2(\vartheta)} \cdot (2 - 2 \cdot \cos(kb \sin(\vartheta))) \\ &= \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^2\left(\frac{kb \sin(\vartheta)}{2}\right)}{k^2 \sin^2(\vartheta)}, \end{aligned}$$

wobei obiges Additionstheorem erneut benutzt wurde. Zusammen ergibt sich also folgende winkelabhängige Intensitätsverteilung:

$$\text{Intensität} = \frac{\sin^2\left(\frac{N \cdot \sin(\vartheta) \cdot k \cdot d}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\sin(\vartheta) \cdot k \cdot d}{2}\right)} \cdot \frac{4 \cdot A^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\sin(\vartheta) \cdot k \cdot b}{2}\right)}{k^2 \sin^2(\vartheta)}.$$

In Abbildung 1.5 haben wir diese Funktion praxisnah mittels $\sin(\vartheta) \approx \vartheta$ genähert und für $b = 0,38 \cdot d$, $k = 1$, $N = 9$ geplottet. Da das Hauptmaximum eine erheblich größere Intensität hat als die benachbarten, haben wir es in der Darstellung beschnitten. Wir erkennen an der Abbildung 1.5 weiter, daß die Intensität der Maxima höherer Ordnung durch den Formfaktor beeinflusst werden, dabei die Maxima auch ganz unterdrückt werden können und die Intensität zu größeren Winkeln auch lokal wieder wachsen kann.

1.3.3 Phasengitter

Als den anderen Extremfall betrachten wir nun ein *Phasengitter*. In diesem Fall bleibt die Amplitude unverändert (eine gleichmäßige Dämpfung brauchen wir nicht beachten, da wir dann auch annehmen können, daß das Licht schon vor dem Gitter gedämpft war), also muß $f_x = \text{id}$ gelten. Für den Einfluß auf die Phase über g_x betrachten wir nun nochmal unseren Fall einer Ultraschallwelle in einer Flüssigkeit.

In einem mit einer Flüssigkeit gefüllten Trog erzeugen wir eine ebene Ultraschallwelle der Wellenlänge Λ , die über $v_{\text{Schall}} = \Lambda \cdot \frac{\Omega}{2\pi}$ mit der Schallgeschwindigkeit v_{Schall} und der festen Frequenz $\frac{\Omega}{2\pi} = 12,4 \text{ MHz}$ verknüpft ist. Wir bezeichnen die Frequenz Ω , Wellenlänge Λ und Wellenzahl K der Ultraschallwelle durch Großbuchstaben zur Unterscheidung mit den bereits benutzten, durch Kleinbuchstaben gekennzeichneten entsprechenden Größen der Lichtwelle. In Ausbreitungsrichtung bilden sich – wie in Abschnitt 1.2 hergeleitet – entlang der Schallwellen Dichteschwankungen aus. Diese Dichteschwankungen führen nach dem eben zitierten Abschnitt zu Brechungsindex-Modulationen. Wir identifizieren die Ausbreitungsrichtung der Schallwellen und die Richtung der periodischen Modulation des Brechungsindex mit der x -Richtung, in der unser Gitter liegt, und senden daher senkrecht zu dieser Schall-Ausbreitungsrichtung Lichtstrahlen durch den Trog. Während Licht durch ein Medium läuft, lautet seine Phase nicht mehr

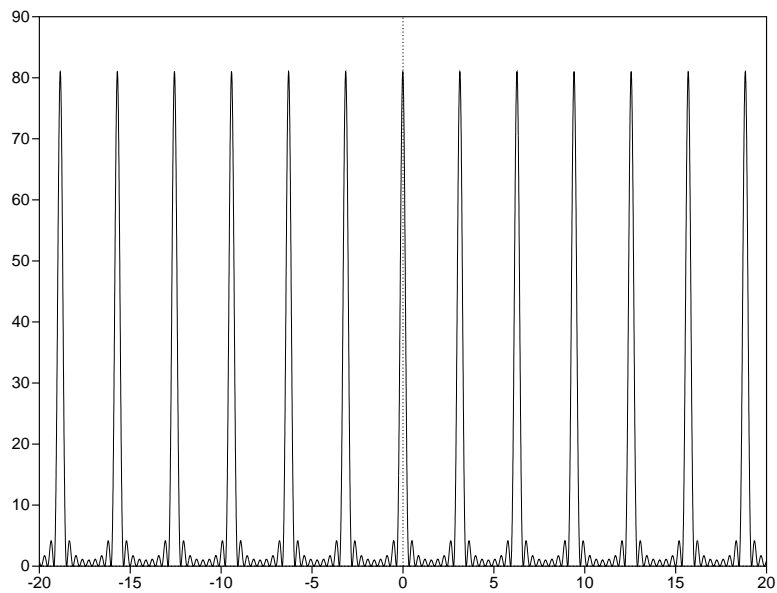


Abb. 1.4: Einfluß des Gitterfaktors: Intensitätsverteilung der Funktion $\frac{\sin^2(9x)}{\sin^2(x)}$ in beliebigen Einheiten

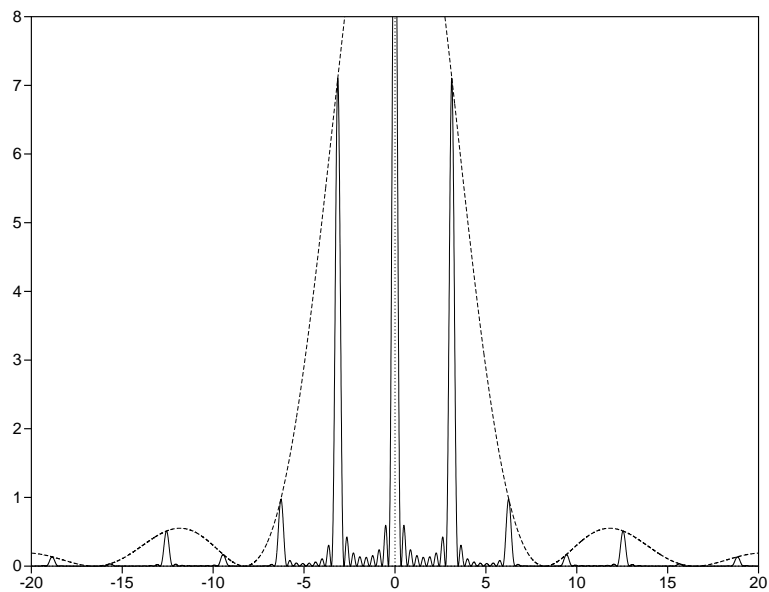


Abbildung 1.5: Intensitätsverteilung nach einem Amplitudengitter für $N = 9$, $k = 1$, $b = 0,38 \cdot d$ und $\sin \vartheta \approx \vartheta$ in beliebigen Einheiten (Hauptmaximum stark beschnitten)

$kr - \omega t$, sondern $n \cdot k \cdot r - \omega t$, da die Lichtgeschwindigkeit im Medium nur $\frac{1}{n}$ -Vakuumlichtgeschwindigkeit beträgt (und die Frequenz unverändert bleibt, da die (unveränderte) Energie zur Frequenz proportional ist). Wenn also der Brechungsindex an verschiedenen Stellen x_i verschieden ist, werden die dort durchlaufenden Lichtwellen hinter dem Trog unterschiedliche Phasen besitzen. Dieses gerade beschriebene Phänomen ist in der Abbildung 1.10 zum Töpler-Verfahren, die wir aus [KY] eingescannt haben, ziemlich anschaulich verdeutlicht. Unsere Ultraschallwellen in der Flüssigkeit bilden also in der Tat ein Phasengitter, was wir nun quantitativ beschreiben wollen.

Zunächst einmal müssen wir dazu die Brechungsindex-Modulation in einer Formel greifen. Diese Modulation ist sehr klein, so daß wir sie durch eine harmonische sin-Funktion beschreiben werden (auch wenn nach obigen Beschreibungen eher $\sqrt{\sin}$ richtiger wäre). Für einen bestimmten Zeitpunkt gelte also für den Brechungsindex entlang einer laufenden Schallwelle:

$$n(x) = n_0 + \Delta n \cdot \sin(Kx) ,$$

wobei n_0 der Brechungsindex der Flüssigkeit ohne Schall ist. Gehen wir nun davon aus, daß der Trog eine Breite von B (entlang der Lichtausbreitungsrichtung) besitzt, so hat sich die Phase des Lichts um $e^{ik \cdot (n(x)-1) \cdot B}$ gegenüber einer Lichtwelle, die ohne Trog diese Strecke überwindet, verschoben. Aus diesem Grunde können wir nun unseren Trog zu einem Gitter ohne Ausdehnung zusammenziehen, bei dem die Phase über

$$g_x = k \cdot B \cdot (n(x) - 1) = k \cdot B \cdot (n_0 - 1 + \Delta n \cdot \sin(Kx))$$

beeinflußt wird. Wir erkennen, daß die Periodizität unseres g_x durch $\frac{2\pi}{K} = \Lambda$ gegeben ist; im Vergleich zu unseren bisherigen Betrachtungen gilt also $d = \Lambda$, so daß wir nachher d einfach ersetzen. Mit unserem g_x können wir wieder den Formfaktor, nun für unser Phasengitter, berechnen:

$$\begin{aligned} \text{Formfaktor} &= \int_0^d f_z(A) \cdot e^{-i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot z \cdot k - g_x(\varphi))} dz = A \cdot \int_0^\Lambda e^{-i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot z - k \cdot B \cdot (n_0 - 1 + \Delta n \cdot \sin(\frac{2\pi}{\Lambda} \cdot z)))} dz \\ &= A \cdot \underbrace{e^{i \cdot k \cdot B \cdot (n_0 - 1)}}_{\text{unbedeutend}} \cdot \int_0^\Lambda e^{-i \cdot (\sin(\vartheta) \cdot k \cdot z - k \cdot B \cdot \Delta n \cdot \sin(\frac{2\pi}{\Lambda} \cdot z))} dz \end{aligned}$$

Der unbedeutende Faktor verschwindet nachher bei der Betragsquadrat-Bildung, so daß wir ihn im folgenden nicht weiter mitschleppen. Da uns im wesentlichen die Beeinflussung der Intensität der Hauptmaxima interessiert, setzen wir nun Bedingung (1.6) für $\sin(\vartheta)$ ein:

$$\text{Formfaktor im Maximum} \propto A \cdot \int_0^\Lambda e^{-i \cdot (\frac{2\pi}{\Lambda} \cdot l \cdot z - k \cdot B \cdot \Delta n \cdot \sin(\frac{2\pi}{\Lambda} \cdot z))} dz .$$

Als nächstes ist es üblich, den Begriff *Schallfeldgröße* oder *Schallfeldtiefe* a einzuführen. Dieser ist eine Abkürzung für das Produkt aus der Modulationsamplitude Δn des Brechungsindex und der Breite des Trogs B bezogen auf die Lichtwellenlänge, d. h. $a := k \cdot B \cdot \Delta n$. Desweiteren substituieren wir $u := \frac{2\pi}{\Lambda} \cdot z$. Wir erhalten so:

$$\text{Formfaktor im Maximum} \propto \frac{2\pi \cdot A}{\Lambda} \cdot \int_0^\Lambda e^{-i \cdot (l \cdot u - a \cdot \sin(u))} du .$$

Um dieses Integral näher zu interpretieren, bräuchten wir nun ausführliche Kenntnisse über *Besselfunktionen* $J_m(x)$. Da dies für diesen Rahmen zu weit führen würde, verweisen wir hier auf das phantastisch gute Buch [Jän], wo auf den Seiten 361–375 diese Funktionen genau untersucht werden, und geben hier

ohne Beweis die für uns benötigte Beziehung an (vgl. [Jän, S.373]). Es ergibt sich nämlich, daß die Fourierkomponenten zur Fourierreihe der Funktion $e^{ia \sin(x)}$ gerade die Besselfunktionen an der Stelle a sind:

$$e^{ia \sin(u)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(a) \cdot e^{im u}.$$

Wir setzen diese Beziehung nun in das Integral zur Formfaktorberechnung ein:

$$\begin{aligned} \text{Formfaktor im Maximum} &\propto \frac{2\pi \cdot A}{\Lambda} \cdot \int_0^{\Lambda} e^{-i \cdot (l \cdot u - a \cdot \sin(u))} du = \frac{2\pi \cdot A}{\Lambda} \cdot \int_0^{\Lambda} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(a) e^{i(m \cdot u - l \cdot u)} du \\ &= \frac{2\pi \cdot A}{\Lambda} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(a) \cdot \int_0^{\Lambda} e^{i(m \cdot u - l \cdot u)} du = \frac{2\pi \cdot A}{\Lambda} \cdot \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(a) \cdot 2\pi \cdot \delta_l^m \\ &= \frac{4\pi^2 \cdot A}{\Lambda} \cdot J_l(a). \end{aligned}$$

Somit gilt nun für das Betragsquadrat des Formfaktors in den Hauptmaxima

$$\left| \text{Formfaktor im Maximum} \right|^2 = \frac{16\pi^4 \cdot A^2}{\Lambda^2} \cdot J_l^2(a)$$

und für die Gesamtintensität in den Hauptmaxima:

$$\left| \text{Intensität in Maxima} \right|^2 = \frac{16\pi^4 \cdot A^2 \cdot N^2}{\Lambda^2} \cdot J_l^2(a).$$

Man erkennt direkt, daß der einzige Faktor, der von der Ordnung des Beugungsmaximums l abhängt, der mit der Besselfunktion im Quadrat ist, die restlichen Faktoren dämpfen nur gleichmäßig. Aus diesem Grund haben wir in Abbildung 1.6 die Besselfunktionen nullter und erster Ordnung, also $J_0(x)$ und $J_1(x)$, mittels `gnuplot` geplottet.

Wir wollen uns anhand des Hauptmaximums und des 1. Beugungsmaximums den Einfluß des Formfaktors nochmal detailgenauer anschauen. In den Formfaktor geht jeweils der Funktionswert von J_l^2 an der Stelle a , unserer Schallfeldtiefe, ein. In die Schallfeldtiefe gehen zum einen die Größen k und B ein, die nur vom jeweiligen Versuchsaufbau abhängen, und zum anderen die Größe Δn , die von der auszumessenden Flüssigkeit abhängt, ein. Durch verschiedene Flüssigkeiten erhalten wir also verschiedene Formfaktoren und daher verschiedene Intensitäten in den unterschiedlichen Beugungsmaxima. In das Quadrat der nullten Besselfunktion $J_0^2(x)$ und in das Quadrat der ersten Besselfunktion $J_1^2(x)$ haben wir nun in den Abbildungen 1.7 und 1.8 jeweils die verschiedenen Schallfeldtiefen $a \approx 1,5$, $a \approx 2,4$ und $a \approx 3,8$ eingezeichnet. Wir erkennen daran, daß für $a \approx 1,5$ die Maxima nullter und erster Ordnung nahezu gleich stark gedämpft werden, also gleiche Intensität besitzen. Für die beiden anderen Schallfeldtiefenwerte verschwinden sogar Beugungsmaxima: Für $a \approx 2,4$ wird das Hauptmaximum nullter Ordnung verschluckt, für $a \approx 3,8$ wird hingegen das Maximum erster Ordnung unterdrückt. Bei den Messungen selbst erwischt man aber selten ausgerechnet eine Schallfeldtiefe, die eine der ersten Beugungsordnungen zum Verschwinden bringt.

1.4 Die Meßmethoden

Nachdem wir uns mit der Theorie der Gitter beschäftigt haben, wollen wir uns nun mit den praktischen Problemen beschäftigen, die bei der Messung der Schallgeschwindigkeit in Flüssigkeiten auftreten.

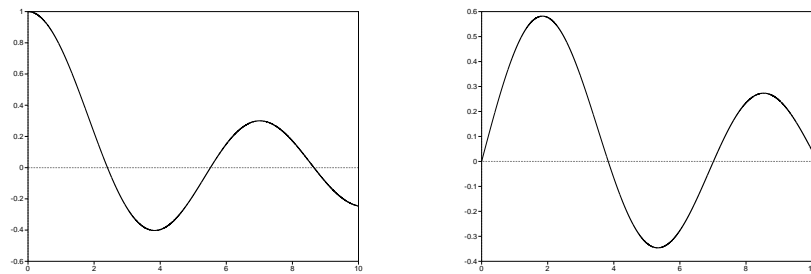


Abbildung 1.6: Die Besselfunktionen nullter und erster Ordnung: $J_0(x)$ (links) und $J_1(x)$ (rechts)

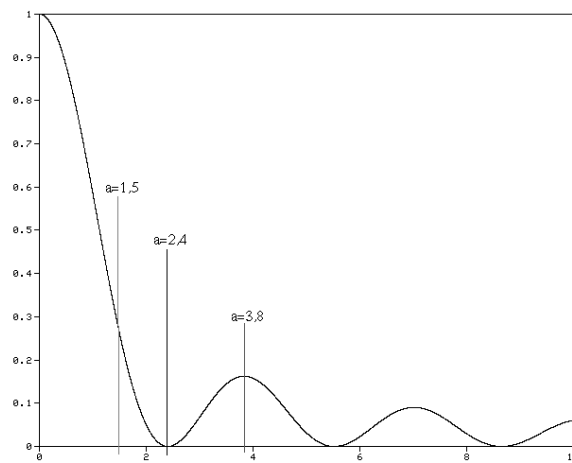


Abbildung 1.7: Besselfunktion im Quadrat $J_0^2(x)$ und verschiedene Schallfeldtiefen a

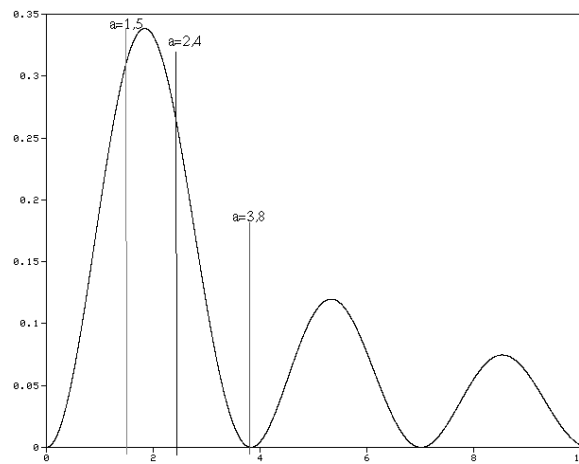


Abbildung 1.8: Besselfunktion im Quadrat $J_1^2(x)$ und verschiedene Schallfeldtiefen a

1.4.1 Doppler-Effekt

Bei der Betrachtung des Phasengitters haben wir gesagt, daß ein Lichtstrahl, der an der Stelle x die Breite B des Trogs durchläuft, eine bestimmte Brechzahl $n(x)$ antrifft, die seine Phase beeinflusst. Nun bewegt sich die Schallwelle, während der Lichtstrahl durch den Trog läuft, ein Stückchen weiter, so daß sich die ortsabhängige Brechzahl auch zeitlich ein wenig ändert. Wir wollen uns nun anschauen, wie groß der Einfluß auf die Phasenverschiebung ist, um den Effekt dann mit gutem Gewissen vernachlässigen zu können.

Wenn wir unsere Betrachtungen in einem System durchführen, daß mit den Schallwellen mitbewegt wird, bleibt die Brechzahl $n(x)$ konstant und alle bisherigen Betrachtungen gelten exakt. Um also die Aussagen auf unser tatsächlich ruhendes System zu übertragen, müssen wir die Größen der Lichtwellen im bewegten System auf unser Ruhesystem bezüglich des Labors transformieren. Dies geschieht mit den Formeln des *relativistischen Doppler-Effekts*, welchen wir ausführlich in [Fest-21] beschrieben haben. Die entscheidende Änderung an der Lichtwelle ist die veränderte Frequenz, die über $e^{-i\omega t}$ in die Phase eingeht; nach [Fest-21] gilt mit den üblichen Abkürzungen $\gamma := \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ und $\beta := \frac{v}{c}$ (hierbei ist v die entgegengesetzte Geschwindigkeit zur Schallwellenbewegung (wir wollen ja zurücktransformieren), also $v = -v_{\text{Schall}}$):

$$\omega' = \gamma \cdot \omega \cdot (1 - |\beta| \cdot \cos(\theta)) ,$$

wobei θ der Winkel zwischen v und der Lichtausbreitungsrichtung ist. Vor dem Gitter ist die Lichtausbreitung exakt senkrecht zur Schallbewegung, also $\theta = 90^\circ$, d. h. vor dem Gitter gilt die Beziehung $\omega'_{\text{vor}} = \gamma\omega$. Hinter dem Gitter kennen wir die Ausbreitungsrichtungen über Bedingung (1.6), wobei zwischen den auftretenden Winkeln die Beziehung $\theta = 90^\circ + \vartheta$ gilt, also $\cos(\theta) = -\sin(\vartheta)$. Unter Ausnutzung dieser Beziehung, der Bedingung (1.6), wobei wir erneut $d = \Lambda$ beachten, und den Gleichungen $|v| := |v_{\text{Schall}}| = \Lambda \cdot \frac{\Omega}{2\pi}$ bzw. $c = \lambda \cdot \frac{\omega}{2\pi}$ erhalten wir damit:

$$\begin{aligned} \omega'_{\text{hinter}} &= \gamma \cdot \omega \cdot \left(1 + \frac{|v|}{c} \cdot \sin \vartheta\right) = \gamma \cdot \omega \cdot \left(1 + \frac{|v|}{c} \cdot \frac{\lambda}{\Lambda} \cdot l\right) \\ &= \gamma \cdot \omega \cdot \left(1 + \frac{\Omega}{\omega} \cdot l\right) = \gamma \cdot \omega + \gamma \cdot \Omega \cdot l . \end{aligned}$$

Bisher war das Vorzeichen von l , bzw. entsprechend die Orientierung des Winkels ϑ , ohne Bedeutung, da unser Problem um die zur y -Achse parallelen Achse $x = \frac{l}{2}$ symmetrisch war. Durch die Schallausbreitung wird diese Symmetrie gebrochen, so daß das Vorzeichen von l bestimmt, ob die Frequenz erhöht oder erniedrigt wird. Aufgrund unserer Festlegung von ϑ , ist l positiv, wenn das Licht in Richtung der Schallausbreitung gebeugt wird¹. Die Frequenz von in Schallausbreitungsrichtung gebeugtem Licht ist somit um $\gamma \cdot \Omega \cdot l$ erhöht; wird das Licht entgegen der Schallausbreitungsrichtung gebeugt, so ist seine Frequenz um $\gamma \cdot \Omega \cdot |l|$ erniedrigt. Wir brauchen nun diese Frequenzverschiebungen nicht zu beachten, da $\Omega \ll \omega$ (ungefähr 9 Größenordnungen Unterschied) und daher die instrumentell bedingten Meßungenauigkeiten größer sind als Effekte, die durch vom Doppler-Effekt bedingten Phasenverschiebungen verursacht sind.

Eine stehende Welle ist die Überlagerung zweier laufender Wellen, die sich in entgegengesetzter Richtung ausbreiten. Daher wird eine Lichtwelle auf zwei Arten beeinflusst und die gebeugte Welle ist eine Schwebung zwischen den Frequenzen $\gamma \cdot \omega + \gamma \cdot \Omega \cdot |l|$ und $\gamma \cdot \omega - \gamma \cdot \Omega \cdot |l|$. Damit schwingt die gebeugte Welle mit der unveränderten Frequenz $\gamma\omega$, ihre Amplitude und damit auch ihre Intensität schwankt aber mit $\frac{\gamma\Omega|l| - (-\gamma\Omega|l|)}{2} = \gamma\Omega|l|$. Bei stehenden Wellen haben wir also keine Phasenverschiebungen durch veränderte Frequenzen zu beklagen, sondern nur sehr schnelle Intensitätsschwankungen. Da $\Omega = 2\pi \cdot 12,4 \text{ MHz}$, bemerken wir im Experiment hiervon natürlich auch nichts.

¹Für v_{Schall} in positiver x -Richtung entspricht dies genau unserer Definition; für v_{Schall} in negativer x -Richtung ist in obiger Herleitung $\vartheta > 90^\circ$, so daß hierdurch ein Vorzeichenwechsel erzwungen wird, bevor das ϑ wieder in dem vernünftigen Bereich $[-90^\circ, 90^\circ]$ liegt, in dem unsere Festlegung der Winkelrichtung ϑ sinnvoll ist.

1.4.2 Methode nach Debye-Sears

Wir stellen nun unsere beiden Meßmethoden vor und beginnen mit der Methode, die fast gleichzeitig von Debye und Sears und von Lucas und Biquard vorgestellt wurde (im folgenden kurz Debye-Sears-Methode). Über elektronische Resonanzkreise kann man den Piezoquarz, der den Ultraschall erzeugt, genau auf die Frequenz einstellen, bei der er in der 5. Oberschwingung die maximale Schallwellenintensität liefert. Die zugehörige Anzeige ergab bei uns eine Frequenz von 12,4 MHz. Die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit ist mit $v_{\text{Schall}} = \Lambda \cdot \frac{\Omega}{2\pi}$ also auf die Bestimmung der Schallwellenlänge zurückgeführt. Dies geschieht nun natürlich über das bereits beschriebene Phasengitter, so daß wir folgenden Versuchsaufbau nutzten:

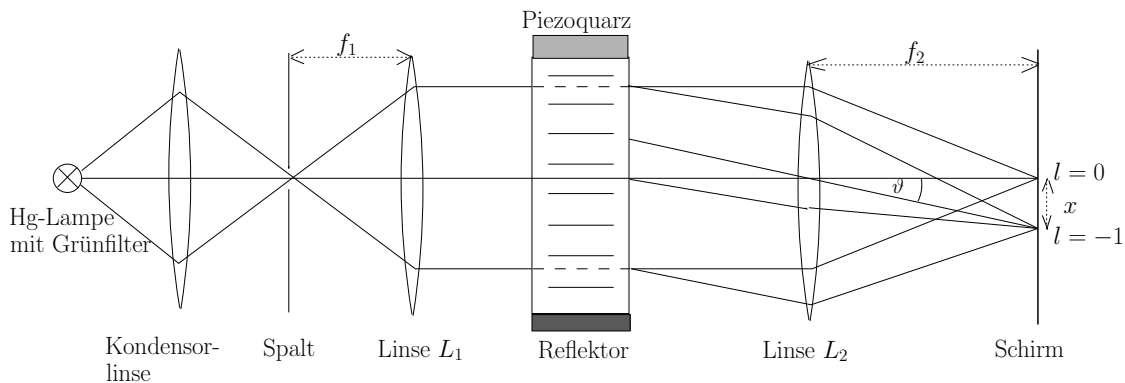


Abbildung 1.9: Versuchsaufbau für die Debye-Sears-Methode

Auch wenn in dem Versuchsaufbau bereits der Reflektor eingebaut wurde, sind bei der Debye-Sears-Methode stehende Wellen nicht zwingend; wie bereits bei den allgemeinen Gittern erwähnt, ist es für die Beugung egal, ob sich das Gitter bewegt. Laufende Wellen stören also nicht.

Bei der Herleitung der allgemeinen Gitter war es wichtig, daß eine quasi-punktförmige Lichtquelle kohärentes Licht erzeugt, das dann über eine Linse paralleles Licht erzeugt, welches also scheinbar von einer Ebene in der Linse ausgestrahlt wird. Unsere Quecksilberdampfampe – mit Grünfilter, um monochromatisches Licht zur Verfügung zu haben – hat nun eine so große Ausdehnung, daß ihr Licht nicht kohärent wäre. Daher bilden wir das Licht über eine Kondensorenlinse und einen Spalt, der so kleine Raumbereiche herauschneidet, daß in diesen Kohärenz gewährleistet ist, auf die Linse L_1 ab. Diese Linse muß nun gerade ihre Brennweite f_1 von dem Spalt entfernt sein, damit das nachfolgende Licht parallel verläuft. Praktisch erreicht man dies über einen *Kollimatoraufbau*: Man hält einen Spiegel hinter die Linse L_1 und verschiebt dann die Linse solange, bis man knapp neben dem Spalt ein scharfes, gleichgroßes Bild des Spalts erkennen kann, denn dann ist das auf den Spiegel treffende und das reflektierte Licht sicher parallel.

Die Beugungsbilder werden nun über die Linse L_2 auf dem in der Brennweite f_2 aufgestellten Schirm abgebildet, wie bereits in der Diskussion des allgemeinen Gitters beschrieben. Bei uns ist der Schirm eine Meßlupe, die man sehr genau an den Beugungsmaxima entlang fahren und diese daher genau ausmessen kann. Die Beugungsordnungen gehorchen einerseits der Bedingung (1.6), also:

$$\sin(\vartheta) = \frac{\lambda}{\Lambda} \cdot l \quad \text{mit } l \in \mathbb{Z},$$

andererseits gilt mit der Auslenkung x der Meßlupe aus der optischen Achse für den Beugungswinkel ϑ (vgl. Abb 1.9):

$$\tan(\vartheta) = \frac{x}{f_2}.$$

Wir nähern nun $\sin(\vartheta) \approx \tan(\vartheta)$, was für $\frac{x}{f_2} < 0,1$ lediglich einen Fehler von höchstens 0,5% erzeugt, für unsere Messungen also eine sehr brauchbare Näherung ist. Es gilt dann

$$\Lambda = \frac{\lambda \cdot f_2}{x} \cdot l$$

und daher für die Schallgeschwindigkeit:

$$v_{\text{Schall}} = \frac{\lambda \cdot f_2}{x} \cdot \frac{\Omega}{2\pi} \cdot l.$$

Alle Größen sind nun bekannt und daher auch die Schallgeschwindigkeit in der durchsichtigen Flüssigkeit.

1.4.3 Die Schlierenmethode nach Töpler

Wir beschreiben nun die zweite Methode, das sogenannte *Schlierenverfahren nach Töpler*. Prinzipiell ist diese Methode der Debye-Sears-Methode sehr ähnlich, so daß wir nun auf die Unterschiede eingehen.

Der entscheidende Unterschied beim Töpler-Verfahren ist der, daß unser Schirm nicht mehr im Abstand f_2 von der zweiten Linse L_2 entfernt steht, sondern deutlich weiter. Wenn die Entfernung d der Linse L_2 vom Flüssigkeitstrog größer als die Brennweite f_2 ist (was beim Debye-Sears-Verfahren nicht notwendig, für die praktische Durchführung beider Versuchsteile hintereinander aber auch schon dort sinnvoll ist), dann wird die Flüssigkeit durch die Linse real abgebildet. Der Schirm (oder dann auch der Fotoapparat) steht dann in der sogenannten Bildweite g (die Abkürzungen sind der Abbildung 1.10 angepaßt und daher ungewohnt bezeichnet), die nach dem Linsengesetz durch $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{g}$ gegeben ist, um das reale Bild zu unterstützen. Diese Tatsachen sind in der folgenden Abbildung nochmal verdeutlicht, die wir aus [KY] eingescannt haben. Man beachte, daß in dieser Zeichnung $d > f$ (bei uns $f = f_2$) leider nicht allzu deutlich wird und die Optik vor dem Trog dort anders aufgebaut ist als bei uns, weil dort ein Laser Verwendung fand. Man stelle sich für unseren Versuch also die Optik vor dem Trog aus Abbildung 1.9 auch hier vor dem Trog vor.

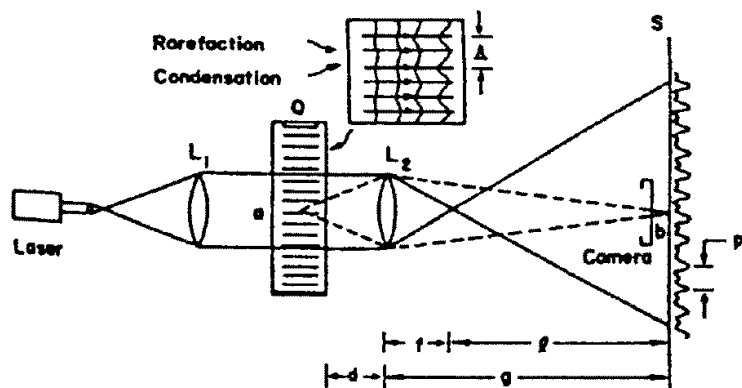


Abbildung 1.10: Ungefäher Versuchsaufbau zum Schlierenverfahren nach Töpler (eingescannt aus [KY])

Wir führen also unter anderem eine einfache, direkte und vergrößernde Abbildung durch die Linse durch. Die Abbildung gehorcht dem eben zitierten Linsengesetz und nach dem Strahlensatz gilt für die Vergrößerung des Bildes B zum Gegenstand G bekannterweise $\frac{B}{G} = \frac{g}{d}$. Um die Vergrößerung nicht durch

fehlerträchtige Längenmessungen innerhalb der Optik bestimmen zu müssen, hängen wir einen 1 mm dicken Draht in den Trog, der dann auch mitvergrößert fotografiert wird. Aus der Größe des Drahtes auf dem Foto können wir dann auf die Vergrößerung des sonstigen Bildes schließen. Es wird nun Zeit, der Fehlinterpretation entgegenzuwirken, daß wir einfach eine vergrößerte Aufnahme des „Trog mit Schallwellen“ machen: Nach wie vor findet Beugung statt, wie in der nächsten Abbildung aus [KY] skizziert. Aus darstellerischen Gründen ist dort $d < f_2$, was zu virtuellen Bildern des Troges führen würde (aber sonst würden halt in dem Bild die Strahlen zu eng verlaufen).

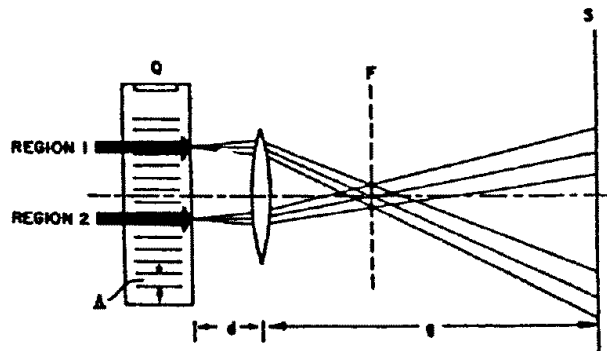


Abbildung 1.11: Zu den Strahlengängen nach dem Phasengitter (eingescannt aus [KY])

Man erkennt hier ziemlich gut, wie die Lichtstrahlen einer Beugungsordnung aus verschiedenen Bereichen in der Brennebene F in jeweils einem Punkt zusammenlaufen, auf dem Schirm S dann aber jeweils die Gebiete in verschiedenen Bereichen zu sehen sind. Es ist auch deutlich, daß ein Punkt auf dem Schirm nicht wieder exakt ein Punkt ist, sondern stattdessen jeder Punkt ein kleines Beugungsbild aufweist. Die folgende Abbildung zeigt nun detailgetreuer, wie benachbarte Schallwellen auf dem Schirm abgebildet werden.

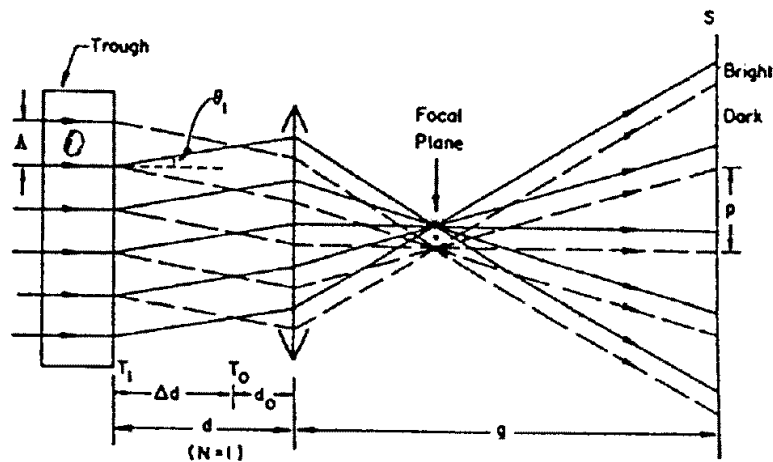


Abb. 1.12: Ausblendung der nullten Ordnung (eingescannt aus [KY])

Man erkennt, daß jedes Schallwellenmaximum einen hellen Bereich erzeugt, dazwischen befindet sich ein dunkler Bereich. Normalerweise ist nun der Lichtstrahl nullter Ordnung so hell, daß die einzelnen Bereiche schwer zu unterscheiden sind. Aus diesem Grunde befestigt man in der Brennebene an der optischen Achse einen Draht, der dort den Lichtstrahl nullter Ordnung ausblendet (vgl. Abb. 1.12). Hierdurch wird das Bild auf dem Schirm insgesamt dunkler, so daß der Kontrast zwischen hellen und dunklen Bereichen gut erkennbar und fotografierbar wird. Die hellen Bereiche beinhalten eine komplizierte Feinstruktur durch die Beugungen und entsprechen nicht dem Sinus-Verlauf der Brechungsindices in der Flüssigkeit. Mit einem anderen, für uns weniger interessanten Problem, das auch durch die Beugung verursacht wird und den Abstand d betrifft, beschäftigt sich [KY] näher.

Wir müssen nun noch auf eine Sache eingehen, die wir bisher verschwiegen haben. Wir haben von Abbildungen der Schallwellen geredet. Wenn wir laufende Schallwellen haben, könnten wir diese aber nur mit sehr kurzen Belichtungszeiten fotografieren ... ; dies ist für uns natürlich nicht realisierbar. Daher haben wir zum einen die Möglichkeit, stroboskopische Methoden zu verwenden, die wir aber nicht verfolgen, oder aber zum anderen die Möglichkeit, stehende Wellen zu erzeugen, was wir durch einen Reflektor gegenüber dem Piezokristall realisieren. Für diesen Versuchsteil sind also stehende Wellen zwingend erforderlich und diese können wir nun wirklich fotografieren.

Weiterhin müssen wir uns noch überlegen, welchen Abstand zwei helle Bereiche im Flüssigkeitstrog wirklich einnehmen. Betrachten wir eine stehende Welle in einem maximal ausgelenkten Schwingungszustand, so haben wir ein Phasengitter wie bisher beschrieben vorliegen. Nach einer halben Schwingung ist ein Maximum der Auslenkung zum Minimum geworden und umgekehrt. Da ein Maximum und das benachbarte Minimum einer Welle um $\frac{\Lambda}{2}$ voneinander entfernt ist, entspricht die Welle in diesem Schwingungszustand einem um $\frac{\Lambda}{2}$ verschobenen Gitter. Diese Bewegung hat für die Beugung keinen Einfluß, so daß dort nach wie vor Λ die entscheidende Gitterkonstante ist. Das fotografieren wir ja aber gar nicht, sondern wir lichten die Stellen maximaler Auslenkungen ab. Diese liegen – wie wir eben festgestellt haben – $\frac{\Lambda}{2}$ voneinander entfernt. Also sind die vergrößerten hellen oder dunklen Linien in Wirklichkeit jeweils $\frac{\Lambda}{2}$ voneinander entfernt, so daß wir aus unseren Fotos die Schallwellenlänge bestimmen und damit auch die Schallgeschwindigkeit herausfinden können. Also haben wir nun alles in der Hand, um unsere Messungen auswerten zu können.

2. Auswertung

In der Auswertung werden wir die Schallgeschwindigkeit auf die zwei, schon in der Vorbereitung erklärten Methoden für zwei verschiedene Flüssigkeiten, Propanol und Ethanol, bestimmen. Zunächst werden wir nach der Methode von Debye und Sears vorgehen, dann nach der Schlierenmethode. Schließlich werden wir unsere Ergebnisse vergleichen.

Bei beiden Methoden haben wir eine Hg-Lampe verwendet, wobei wir durch einen Grünfilter aber jeweils nur Strahlung der grünen Hg-Linie mit $\lambda = 546 \text{ nm}$ für unser Experiment ausgewählt haben. Der Strahl trifft nun auf das Linsensystem. Die Brennweite der letzten Linse f_2 beträgt dabei $f_2 = (150 \pm 1) \text{ mm}$. Innerhalb des Linsensystems steht der Trog mit der zu untersuchenden Flüssigkeit. Sie ist wegen des Piezoquarzes Ultraschall der Frequenz $\frac{\Omega}{2\pi} = (12,4 \pm 0,1) \text{ MHz}$ ausgesetzt.

2.1 Methode nach Debye und Sears

Bei dieser Methode haben wir die Positionen der Maxima ausgemessen.

Propanol

Bei Propanol lagen die Maxima an den folgenden Stellen:

Maxima	Ort [cm]	Abstand zum vorigen Maximum [cm]
-5	1,8525	—
-4	1,9505	0,098
-3	2,0455	0,095
-2	2,141	0,0955
-1	2,226	0,085
Haupt	2,3225	0,0965
1	2,4105	0,088
2	2,4925	0,082
3	2,5805	0,088
4	2,672	0,0915

Wir erhalten durch Mittelwertbildung den Abstand x zweier benachbarter Maxima. Es ergibt sich:

$$x = (0,0911 \pm 0,0056) \text{ cm} .$$

Aus der Vorbereitung wissen wir schon, das folgender Zusammenhang gilt:

$$v = \frac{\lambda}{x} \cdot f_2 \cdot \frac{\Omega}{2\pi} .$$

Wir erhalten somit

$$v = (1114,8 \pm 69,5) \frac{\text{m}}{\text{sec}} .$$

Ethanol

Bei Ethanol lagen die Maxima an den folgenden Stellen:

Maxima	Ort [cm]	Abstand zum vorigen Maximum [cm]
-6	1,8730	–
-5	1,9790	0,106
-4	2,057	0,078
-3	2,141	0,084
-2	2,236	0,095
-1	2,321	0,085
Haupt	2,403	0,082
1	2,490	0,087
2	2,582	0,092
3	2,671	0,089
4	2,761	0,090
5	2,836	0,075

Der Abstand x zweier benachbarter Maxima ist dann mittels Mittelwertbildung:

$$x = (0,08755 \pm 0,0085) \text{ cm} .$$

Wir erhalten mit obiger Formel somit

$$v = (1160,0 \pm 113,3) \frac{\text{m}}{\text{sec}} .$$

2.2 Schlierenmethode

Bei dieser Methode bestimmen wir zunächst die benötigten Größen direkt aus dem Photo. Dieses sind die Breite b des Metalldrahtes auf dem Photo und die Streifendichte \tilde{N} auf dem Photo, wobei wir letztere als Anzahl der Maxima bezogen auf die Länge bestimmen. Wie gesagt, alles per Geodreieck anhand des Photos in der Einheit cm gemessen. Diese Werte sind nun aber ja vergrößert auf dem Photo. Zur Umrechnung der so gemessenen, vergrößerten Werte in die Wirklichkeit verwenden wir den, in Form eines Drahtes des Durchmessers 1 mm in den Strahlengang gebrachten Maßstab, den wir mit b gemessen haben. So können wir nun die Vergrößerung berechnen und dann auch \tilde{N} in eine wahre Streifendichte N umrechnen.

Da außerdem der wahre Abstand der Maxima der stehenden Welle durch $\frac{\Lambda}{2}$ gegeben ist, wobei der Abstand zweier Maxima ja der Kehrwert der Streifendichte ist, gilt:

$$\Lambda = \frac{2}{N}$$

und wir erhalten schließlich den gewünschten Zusammenhang

$$v = \Lambda \cdot \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{2\Omega}{2N} = \frac{2\Omega}{N} \cdot \frac{1 \text{ mm}}{b} .$$

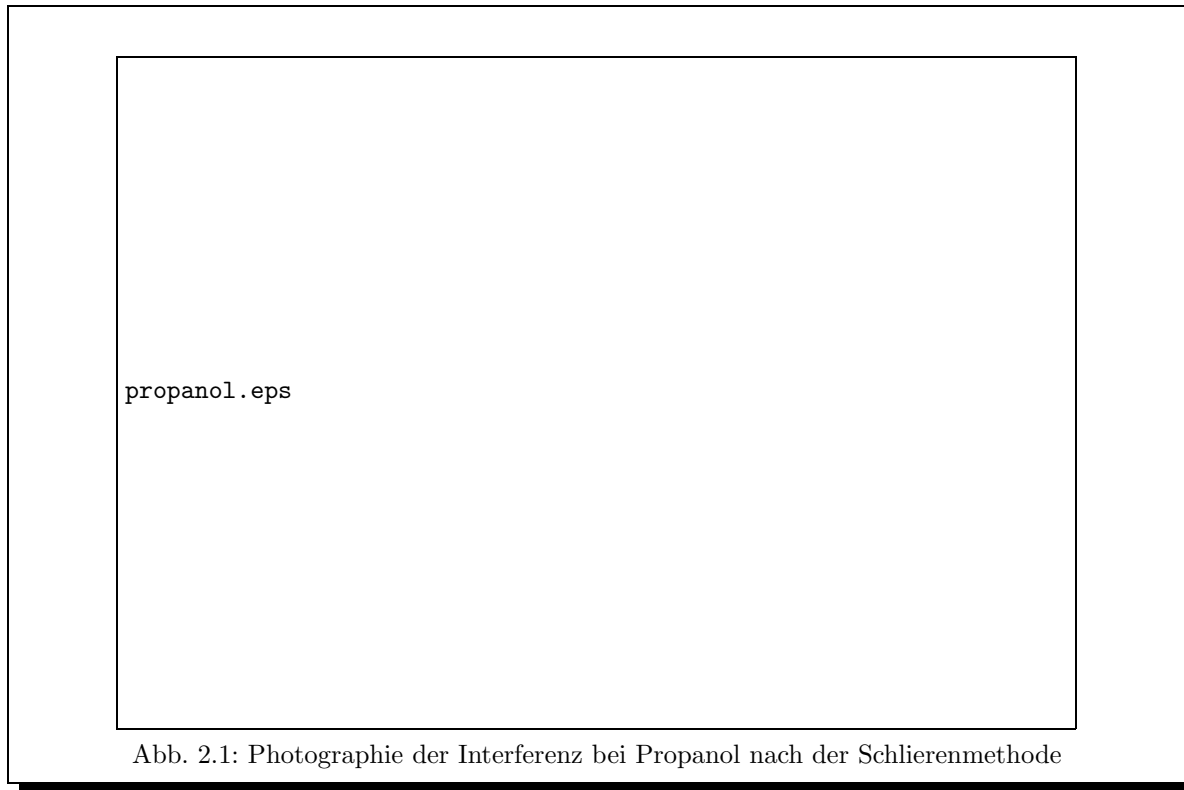


Abb. 2.1: Photographie der Interferenz bei Propanol nach der Schlierenmethode

Propanol

Aus dem Photo in Abb. 2.1 lesen wir $b = (2,1 \pm 0,1)$ cm und $\tilde{N} = \frac{131 \pm 5}{12,6 \text{ cm}}$ ab. Die Schallgeschwindigkeit berechnet sich dann zu

$$v = (1135,9 \pm 69,9) \frac{\text{m}}{\text{sec}} .$$

Ethanol

Aus dem Photo in Abb. 2.2 lesen wir $b = (2,2 \pm 0,1)$ cm und $\tilde{N} = \frac{76 \pm 3}{7,8 \text{ cm}}$ ab. Die Schallgeschwindigkeit berechnet sich nun zu

$$v = (1156,8 \pm 70,3) \frac{\text{m}}{\text{sec}} .$$

2.3 Vergleich mit den Literaturwerten

Wir führen nun hier nochmal die gemessenen Werte der Schallgeschwindigkeiten nach beiden Methoden auf und fügen noch verschiedene Literaturwerte unterschiedlicher Quellen hinzu. Alle Schallgeschwindigkeiten v sind in der Einheit $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ angegeben.

	Methode		Literatur		
	Debye-Sears	Schlieren	[LB-IV.1]	[LBNS-II.5]	[M-S]
Propanol	$1114,8 \pm 69,5$	$1135,9 \pm 69,9$	—	1170	1250 *
Ethanol	$1160,0 \pm 113,3$	$1156,8 \pm 70,3$	1172 ± 3	1159	1170



Abb. 2.2: Photographie der Interferenz bei Ethanol nach der Schlierenmethode

Bevor wir unsere Messungen näher interpretieren, wollen wir noch Genaueres zu den Literaturwerten angeben: Alle Literaturangaben gelten für eine Temperatur von 20°C .

Der Ethanol-Wert aus [LB-IV.1, Seite 818] wurde bei 19,7 MHz aufgenommen. Die temperaturabhängige Änderung der Schallgeschwindigkeit beträgt $-0,2\%/^{\circ}\text{C}$. Ein Propanolwert wurde in diesem Tabellenwerk nicht angegeben.

In [LBNS-II.5] wurden keine Frequenzen angegeben, bei denen die Schallgeschwindigkeiten gemessen wurden. Bei Ethanol ist die temperaturabhängige Schallgeschwindigkeitsänderung als $-3,15 \frac{\text{m}}{\text{sec}}/^{\circ}\text{C}$ angegeben. Bei Propanol wurde zwischen den beiden möglichen Isomeren unterschieden, n-Propanol und i-Propanol (vgl. Abbildung 2.3). Wir haben in obiger Tabelle nur die Schallgeschwindigkeit des passenden Isomers (i-Propanol) angegeben, die Schallgeschwindigkeit von n-Propanol beträgt $1222 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Die temperaturabhängige Schallgeschwindigkeitsänderung ist bei i-Propanol $-4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}/^{\circ}\text{C}$ und liegt bei n-Propanol zwischen $-3,27 \frac{\text{m}}{\text{sec}}/^{\circ}\text{C}$ und $-3,66 \frac{\text{m}}{\text{sec}}/^{\circ}\text{C}$.



Abbildung 2.3: Propanol-Isomere

Im [M-S] sind neben den Schallgeschwindigkeiten keine weiteren Angaben gemacht. Beim Propanol-Wert (durch * gekennzeichnet) ist der Wert von „Propanol-(1)“ angegeben, was wohl das n-Propanol bezeichnen soll. Daher ist dieser Meßwert in obiger Tabelle eigentlich unpassend.

Zur *Interpretation* der Literaturwerte und unserer Meßwerte: Wir erkennen zunächst einmal, daß schon die Literaturwerte untereinander deutlich schwanken (Ethanol: 1159–1172 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$, n-Propanol: 1222–1250 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$); bei der Dichte von Ethanol z. B. ergeben sich exaktere Werte ($\rho = 0,789 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ in [LB-IV.1], $\rho = 0,790 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ in [LBNS-II.5]). Um so besser sind unsere Meßwerte zu sehen: Sie liegen innerhalb der Fehlergrenzen deutlich bei allen Literaturwerten (mit unseren Werten können wir n-Propanol in unserer Probe ausschließen). Die Abweichungen der gemessenen Werte entsprechen zum einen sowieso den Schwankungen der Literaturwerte, zum anderen wird bei uns die Temperatur der Probenflüssigkeit höher als 20 °C gelegen haben (auch wenn wir die Zimmertemperatur mangels Thermometer nicht messen konnten; also nur subjektive Empfindung: ca. 23 °C), was aufgrund der absinkenden Schallgeschwindigkeiten mit steigenden Temperaturen auch noch die kleinen Abweichungen unserer Meßwerte nach unten erklärt. Bedenkt man insbesondere unsere Schwierigkeiten bei der Versuchsdurchführung¹, so kann man den Versuch als vollständig geglückt bezeichnen.

¹Nur *einer* von uns hat überhaupt ein Schlierenbild gesehen

Literaturverzeichnis

Im folgenden wollen wir auf die Versuchsprotokolle der anderen Experimente im Fortgeschrittenenpraktikum, die von uns durchgeführt wurden und das vorliegende Protokoll hinsichtlich der theoretischen Grundlagen ergänzen, verweisen². Außerdem stellen wir eine Liste der Literatur auf, die wir am stärksten (nicht als einzige) zur Vorbereitung und Auswertung nutzten.

- [Fest-16] O. Flimm, U. Münch: *Elektrische Messungen an einem Ferroelektrikum*, Versuch 16 im Fortgeschrittenenpraktikum am II. Physikalischen Institut. Versuchsprotokoll. Köln, 1995
- [Fest-21] O. Flimm, U. Münch: *Mikrowellen*, Versuch 21 im Fortgeschrittenenpraktikum am II. Physikalischen Institut. Versuchsprotokoll. Köln, 1995
- [KY] P. Kang, F. C. Young: *Diffraction of Laser Light by Ultrasound in Liquid*. American J. Phys. **40** (1971), p. 697
- [BS-I] Bergmann, Schaefer: *Lehrbuch der Experimentalphysik*. Band I: *Mechanik, Akustik, Wärme*. 10. Auflage. Berlin, New York: Walter de Gruyter-Verlag, 1990
- [Feyn-1] R. P. Feynman: *Vorlesungen über Physik*. Band 1: *Hauptsächlich Mechanik, Strahlung und Wärme*. Oldenbourg Verlag, 1963
- [Enz] P. Rennert, et. al: *Kleine Enzyklopädie Physik*. 2. Auflage. Leipzig: VEB Bibliographisches Institut, 1988
- [Jän] K. Jänich: *Analysis für Physiker und Ingenieure*. 2. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 1990
- [LB-IV.1] Landolt-Börnstein: *Zahlenwerte und Funktionen aus Physik · Chemie · Astronomie · Geophysik und Technik*. IV. Band: *Technik*, 1. Teil: **Stoffwerte und mechanisches Verhalten von Nichtmetallen**. 6. Auflage. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer-Verlag, 1955
- [LBNS-II.5] Landolt-Börnstein: *Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaft und Technik*. Neue Serie, Gruppe II: *Atom- und Molekularphysik*, Band 5: **Molekularakustik**. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1967
- [M-S] Mende/Simon: *Physik: Gleichungen und Tabellen*. 10. Auflage. Leipzig: VEB Fachbuchverlag, 1988

²Wir möchten darauf hinweisen, daß wir hier auch Quellen angeben, die nicht allgemein verfügbar sind, bzw. gar nicht veröffentlicht wurden. Dies geschieht *ausschließlich*, damit *wir*, die Praktikanten, später noch wissen, wo sich in unseren Materialien noch ergänzende Hinweise befinden. Wir bitten den Betreuer des Versuches über solche Literaturzitate hinwegzusehen; wir sind natürlich bereit, auch solche Stellen z.B. als Kopie zur Verfügung zu stellen, wenn dies gewünscht wird.

Index

- Abbildungen, optische, 16
- allgemeines Gitter, 5
- Amplitude, 5
- Amplitudengitter, 8
- Ausblendung, 18

- Besselfunktionen, 11, 12
- Beugung, 4
- Brechungsindex, 4, 11

- Debye-Sears-Methode, 15
- Dichte im Schallfeld, 2
- Doppler-Effekt, relativistisch, 14
- Druck im Schallfeld, 2

- Einhüllende, 4
- Einzelspalt, 8
- Elementarwellen, 4

- Formfaktor, 7
 - Amplitudengitter, 9
 - Phasengitter, 11

- Gitter
 - allgemeines, 5
 - Amplituden-, 8
 - Phasen-, 9
- Gitterfaktor, 7

- Huyghens-Fresnel'sches Prinzip, 4

- Intensität, 7
- Interferenz, 4
- Isomere von Propanol, 22

- Kohärenz, 15
- Kollimatoraufbau, 15
- Kompressionsmodul, 3
- Kondensorlinse, 15

- Linsengesetz, 16
- Literaturwerte, 23

- Phase, 5
- Phasengitter, 9
- Phasenverschiebung, 6
- Piezoeffekt, reziproker, 1

- Propanol-Isomere, 22

- Schallfeldgröße, 11
- Schallfeldtiefe, 11
- Schallgeschwindigkeit, 3
 - Temperaturabhängigkeit, 3
- Schallwelle, 2
- Schlierenverfahren, 16
- Schwebung, 14
- Sears, *siehe* Debye-Sears-Methode
- Spalt, 15

- Temperaturabhängigkeit der Schallgrößen, 3
- Töpler, *siehe* Schlierenverfahren
- Transformation, 14